

NACHI
**TECHNICAL
REPORT**
Components

Vol. **11** D1
October/2006

機能部品事業

油圧

■ 技術講座

知りたいトライボロジー講座④

「弾性流体潤滑理論 (EHL理論)」

Things to know about Tribology

"Elastohydrodynamic lubrication Theory (EHL Theory)"

〈キーワード〉 粘性係数・圧力粘度係数・
油膜厚さ・油膜圧力・EHL

部品事業部／技術一部

渡辺 孝一

Kouichi Watanabe



要 旨

飛行機がなぜ空を飛ぶことができるのか、不思議に思われたことはないでしょうか? 本当のところは今でもわかっていないといわれています。ですが、こう考えると事実を説明できるという論文は多く発表されています。

ここで述べます潤滑理論は、飛行機が空を飛ぶ理屈を説明した仮説とほぼ同じ仮説に基づいています。こう考えることで、ほとんどの自然現象が理解できますし、このような仮説に基づく応用は期待通りの結果が得られることもわかっています。

ここでは、金属と金属が力を受けて接触し、相對運動している部位で、潤滑油が介在したとき、油がどのような挙動をするのかを解明した弾性流体潤滑理論がどのように形成されていったかを、論じてみたいと思います。

Abstract

Have you ever wondered what makes an airplane go up and fly in the air? It is said that the true logic is still unknown even now. However, many papers have been published to explain the fact.

Elastohydrodynamic Lubrication Theory is supported by the similar hypothesis that explains the logic of plane aviation. Using the theories based on hypotheses, almost all the natural phenomena can be understood, and the application based on a hypothesis can bring the result as expected.

Elastohydrodynamic Lubrication Theory explicates the movement of a lubricant when a lubricant lies between two contacting metals that are making relative motion under load. Discussed here is the development of the Elastohydrodynamic Lubrication Theory.

1. 粘さのメカニズムと応用

1) 油の引きずり力をあらわす粘性方程式

いろんな物体には粘性という性質があることをご存知でしょうか? 自動車のエンジンオイルのような油はネバネバしてますし、その性質があることは日常生活で理解できます。ネバネバの程度を表すものが粘性という単位です。

たとえば、図1のように平板2枚の間に油を引いて片方の板をある速さ U で移動させたとします。すると、中の油は移動する板に引きずられるように変形していきます(これを「剪断ひずみ」といいます)。移動板の部分では、油は板の移動速度 U の数値で引きずられて移動していますが、固定板の部分では油の移動は生じていません。

そこで、油の中に仮想的に厚み方向に Δz の長さを持つ $\square ABCD$ を描いてみると、この四角形は平行四辺形 $A'B'CD$ のように変形するだろうと考えられます。

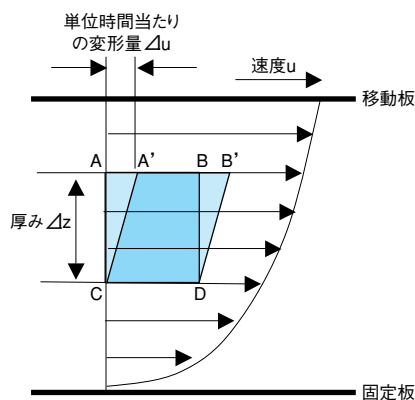


図1 粘性による剪断

Δz の長さの根元と上部で、油にどれだけの引きずり差があるかを表す尺度として、たとえば1秒間の間(これを単位時間当たりの変形量と呼びます) Δu だけの変形差が生じるとしますと $\Delta u / \Delta z$ が、いわゆる□ABCDの単位時間当たりの剪断ひずみとしてとらえることができます。一般的に、ひずみと力は比例関係にありますので、油の引きずり力 τ (これを剪断応力といいます)は次のように表すことができます。

$$\tau = \mu \frac{\Delta u}{\Delta z} \text{ または } \mu \frac{du}{dz}$$

この数式は「ニュートン(Isaac Newton; 英1643～1727)の粘性方程式」と呼ばれています。また、比例係数 μ が粘性係数または粘度と呼ばれているもので、各々の液体、気体で固有な数値をもち、粘っこい液体、気体ほど大きい固有の数値を持ちます。

例えば、20°Cの水では $1.02 \times 10^{-3} \text{N} \cdot \text{sec} / \text{m}^2$ の値です。この式の意味は、2枚の並行板の間に液体を介して、一方の板を移動させるとき、その必要な力は移動する速度が速いほど、距離が小さいほど、面積が大きいほどそして粘っこい液体ほど、より大きな力が必要だということを示しています。

なお、使用する単位系は、質量単位系※1で統一すべきなのですが、計算式形成過程を説明する場合は、原式を尊重するため、工学単位系※1も併用して記述することにします。

2) 粘さの尺度

粘度の研究は古くからあったのですが、試験管に液体を流して粘性抵抗を調べたのが最初だといわれています。この人の名にちなんで、粘性係数 μ の単位にポアズ(P: Jean Louis Poiseuille; 仏1797～1869)というのがあります。

$1\text{P} = 1\text{gr} / \text{cm} \cdot \text{sec}$
 です。この1/100の単位のものがセンチポアズ(cP)です。20°Cの水は、1cPの粘性係数を持っています。単位がややこしくなってきましたが、実は単位を常

にしっかり把握しておかないと、特に潤滑理論では理解が難しくなってくるがよくあります。要は単位を力でまとめるか、質量でまとめるかの違いなのですが、単位のとり方の違いだけで

$1\text{cP} = 1 \times 10^{-2} \text{gr} / \text{cm} \cdot \text{sec} = 1.02 \times 10^{-3} \text{N} \cdot \text{sec} / \text{m}^2$
 ということになります。

このように、単位により数値は異なりますので、数式を見たときには、単位は次元※2に分解して、都度確認しておくことが望ましいです。だったら単位にあまりこだわりたくない、という気持ちがわくのは当然です。

そこで定義されたのが、動粘度係数 ν と呼ばれるものです。粘性係数 μ を密度 ρ で割ったもので

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

と表されます。この定義を行なうことで、単位を力でまとめても質量でまとめても同じ単位系を持ちます。単位はストークス(S: George Gabriel Stokes; 英1819～1903)およびセンチストークスcStで

$$1\text{S} = \text{cm}^2 / \text{sec}$$

$$1\text{cSt} = 1 / 100 \cdot \text{S} = \text{mm}^2 / \text{sec}$$

です。

潤滑理論では、このcStという単位は頻繁に出きますのでぜひとも覚えてほしい単位です。

3) 空気の粘性

水の粘性係数は先に書きました。空気にも粘性があります。20°Cで約 $\mu = 1.75 \times 10^{-4} \text{N} \cdot \text{sec} / \text{m}^2$ の値です。水の約1/6の粘性係数しかありませんが、ちゃんとあります。それを納得させる事象として、学校とかで教わったことで流れ星があります。

流れ星は、地球の外にある隕石とかチリなどが、地球の引力にひっぱられて大気圏へ突入するときに、発熱して燃え尽きるために発生する光だと、教わってきたと思います。なぜ熱が発生するかは、この空気の粘性によるものです。粘性係数が小さくても、超高速で大気圏に突入するので、粘性による発熱が生じるのです。

4) 粘性を利用している翼

この空気の粘性を積極的に利用しているのが、飛行機の翼です。図2には、飛行機の翼の断面を流れる空気の流れを模式的に示しました。飛行機が高速で移動すると、翼の上下に空気の流れが作られます。空気の粘性のおかげで、翼の表層部に空気の層が形成され、膜を張ったように滑らかな流れができるのです(これを「層流」と呼びます)。

このとき、翼の上の空気の流れの速さが翼の下よりも速くなるように、翼の断面構造が設計されているのです。^{※3}空気には、流れる速度が速くなると、その部分の圧力が小さくなるという性質があります。これを利用して、翼の上の圧力を小さくしているのです。

この結果、翼の下の圧力が上の圧力よりも大きくなり、この圧力差で浮きあげる力を発生させているのです。(これを「揚力」といいます)

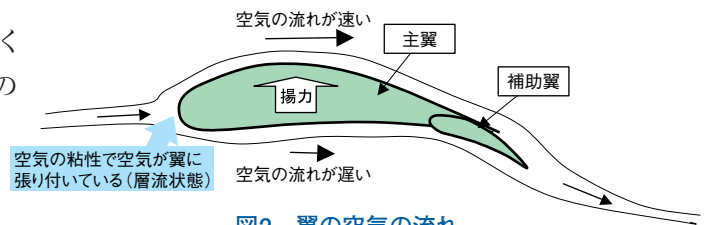


図2 翼の空気の流れ

2. 粘性を利用した転がり運動のメカニズム (基礎式の構成)

液体の粘性を利用した転がり軸受での応用分野は潤滑理論です。軸受には転動体という、内部を転がり運動する、ころまたはボールがあります。これらが転がり運動すると、粘性により潤滑油が回転する表面に張り付きます。そして、張り付いた油の層は、ボールまたはころと軌道輪の接触面に侵入し膜を形成して(これを「油膜」といいます)、結果的に軸受に損傷を起こしにくくさせているのです。

ここでは、どれだけの粘度をもった油は、どれだけの膜厚を構成するかを解明した理論の基礎式を扱います。

1) 転がり運動と油膜厚さの関係式-レイノルズ方程式

油などの液体には粘性があることを言いました。

そこで、図3のように、平板の上に半径Rの円筒ころを距離hoだけ離して、ある回転数でころを回転させたとき、どれくらいの圧力がこのhoのスキマに発生するかを考えます。

粘性のおかげで油はころに貼り付いています。ですから、ころの外径部では油はころの回転数ωに応じた速度Uが発生しています。平板の上では0です。

ただ、層流であることが前提なのですが、飛行機の離発着時は速度が不十分で、層流がうまく形成されなくなります。これを補うのが補助翼です。飛行機の離発着時には、翼の後ろからこれが伸び出てきます。大きな鳥が舞い降りてくるときは、何かを翼で抱え込むように翼を湾曲させていますが、ちょうど、これと似た形状をするわけで、このことで層流状態の確保を図り、失速を防いでいるわけなのです。

このようにして、約300km/hrの速さになれば、大概の飛行機は浮き上がることができるといわれています。ここで述べる潤滑に関することも、層流を利用した上記の原理とまったく同一のものです。

座標を図のように、Y軸、Z軸をとれば、油が流れていることで速いところは圧力が低くなるから

$$\frac{dP}{dy} = \frac{d\tau}{dz}$$

の式が構成されます。τはこれまでと同様、油の剪断応力です。

これに「ニュートンの粘性方程式」を代入すると

$$\frac{dP}{dy} = \mu \frac{d^2u}{dz^2}$$

となります(これは「圧力方程式」と呼ばれているものです)、

これを積分し、境界条件を設定していくと(計算は長く複雑ですので省略します)

$$\frac{d}{dy} \left[h^3 \frac{dP}{dy} \right] = 6\mu U \frac{dh}{dy}$$

にまとめられます。これが「レイノルズ (Osborne Reynolds; 英1842~1912) の方程式」と呼ばれている潤滑理論の基礎式です。

回転体部位にどれだけの力を与えてどれだけの回転数を与えたら、どれだけの粘度の油のときにどれだけの油膜厚さができるのか、を与えてくれる基本式となったものです。

2) 油膜厚さの最初の式

実際に「レイノルズ方程式」を積分して計算してみましょう。計算はかなり複雑で面倒になりますので、ここでも途中経過は割愛しますが、油膜厚さ h_0 は

$$h_0 = 0.491 \frac{(\mu U)^{2/3} R^{1/3}}{P_{\max}^{2/3}}$$

と誘導されます。 P_{\max} はこの部位に発生している最大面圧です。

ですが、結論的にはこの構成式は失敗に終わっています。生みの苦しみはどの世界も同様のようです。実際に転がり軸受の緒言を使って計算してみると、例えば、通常使われている15cStの油で、径7ミリのころをピッチ円形38ミリの位置で、4000rpm回転で面圧が100kgf/mm²程度の通常の使い方と計算してみると、 1.03×10^{-5} ミリ程度の計算値となるのです。

この式が構成された当時は、油膜の厚みを実測検証することはできませんでしたが、これだけの厚みであれば早いうちに軸受は損傷するはずなのに、現実には損傷は生じることはない事実を説明できなかったのです。そのため、より現実を説明できる仮説が必要となってきました。

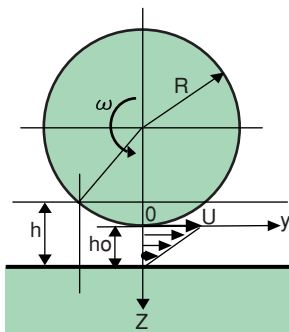


図3 平板上を回転するころの速度分布と油膜厚さ

3) 粘度補正した改善式

どこがいけなかったのでしょうか？ 転がり軸受の荷重を受けている部位は、数平方ミリの接触面積に数百キロという荷重を受けているのです。

そのため、油はその高圧により「接触部位にくると粘度を増加させるのではないか」というのが、改善された内容でした。どの程度増加していくかは、ASME (American Society of Mechanical Engineers) など公表されていますが、圧力に対し対数的に増加していきます。

ここは単位をきちっとしないと間違えるので、単位を定義しておきます。

$$\mu = \mu_0 \cdot \exp(\alpha P)$$

ここに μ ; 実際の圧力下での粘度 kgf·sec/mm²
 μ_0 ; 大気圧での粘度 kgf·sec/mm²
 P ; 実際の圧力 kgf/mm²

この α は、圧力粘度係数 [mm²/kgf] と呼ばれているもので、圧力に対する粘度増加割合を示しています。

例えば、15cStと一口に同じ粘度の油でも、圧力粘度係数は異なることがあります。ですが、通常扱う潤滑油ではそう大きい差はないといわれています。

圧力粘度係数がわからない場合は、どうすればいいのでしょうか？ その場合は次の近似式があるのでこれを使うと便利です。

ここでも単位をきちっとする必要がありますので定義しておきます。

$$\alpha = (0.6 + 0.965 \lg_{10} \text{CP}) \times 10^{-3}$$

ここに CP; 大気圧下での粘度 cP
 α ; cm²/kgf

潤滑理論の分野では、式を誘導された人たちに、単位が異なることが多いのですが、ここでも、先の2つの式の α の単位は、[mm²/kgf] と [cm²/kgf] という具合に、異なっていますので注意してください。

このようにして形成された式が

$$h_0 = 0.491 \left\{ \frac{\alpha P_{\max}}{1 - \exp(-\alpha P_{\max})} \right\}^{2/3} \frac{(\mu_0 U)^{2/3} R^{1/3}}{P_{\max}^{2/3}}$$

です。

ですが、これでも結果的には失敗に終わりました。15cStの粘度の、100kgf/mm²の面圧下では、粘度は17倍程度に増加しているのですが、油膜の厚みは7倍程度にしか増加しない計算結果になったからです。

4) 弾性変形も考慮した改善式

そこで最後に出てきたのが、接触しあう面の弾性変形も考慮に入れた計算式です。

ただし、一口に弾性変形量を考慮するといってもそんなに簡単にいくわけではありません。というのは、図3のような解析モデルでは $Y=0$ の位置だけのつりあい状態を考えればよかったのですが、接触楕円内での変形は本講座の接触理論でも書きましたように Y の位置により異なるからです。ですから、 Y に依存した解析が必要になってきたのですが、結果的には電算機による裏づけをとった上で油膜厚みは接触部分ではほぼ平行になるとした計算式が構成されました。

この理論が今日、弾性流体潤滑理論 (Elasto-hydrodynamic lubrication theory) 略して、EHL理論と呼ばれているものです。

3. 弾性流体潤滑理論による油膜厚さの計算式

この理論の結果を誘導するまでの理論展開はかなり複雑な計算式が続きます。

そのため、ここでも途中経過は省略し、結果式とそれがもたらす意味についてのみ、論じることになります。

1) ドウソンの数値解析

弾性変形も考慮した場合に、接触楕円内で、油が任意のYの位置に、どれだけの流体圧をもちどれだけの油膜厚みを持っているかは、およそ一つの計算式で表すことはできません。

そこで、ドウソン (Duncan Dowson; 英) は、Y方向に接触部分を細かく分解して、あたかも有限要素法解析のような手法を使い、細分化された領域の任意のY位置による流体圧と油膜厚みを、電算機を用いた数値解析で求めました。

その結果、接触部分では図4のような状態になっているとしました。1965年頃の話です。接触部分に忍びこんだ油はヘルツ圧により粘度増加して、図の青線のような流体圧分布を生じさせて外力を支持しています。流体圧(油膜圧力)分布は基本的にヘルツの面圧分布と基本的に似た形をとります。

本講座の接触理論のところでも書きました、「ヘルツ面圧分布の接触部位は平面になっている」ことを、思い出してください。こうでなくてはならないのだと思います。要は、「油膜圧力分布はその中心線はややオフセットするものの、ヘルツ面圧分布と似た同じ形をとる」というのがここでの結論だったのです。

ですから「油膜厚みは、Y方向の位置に拠らずほぼ一定(平行)になる」ということが概念的に理解できるようになったのです。ただ、微視的に見ると、油の出口側では油膜圧力分布は局部的に大きくなるとドウソンは言っています。これは「圧力スパイク」と呼ばれているものですが、これに呼応して油膜厚みは、この部分でややくびれるように最も小さくなるようになりました。

ですが、この量を考慮しないと仮定すると、2ヶの接触しあう物体の油膜厚み計算は、逐一数値解析を行なわなくても、簡単な計算モデルを構成して、計算式を作ることができるのです。そして、ドウソンの解析結果は、その計算モデル化の妥当性を証明してくれたところに、大きい意義があると思われま

なお、現在では、ドウソンが行なった要素分解よりもさらに細かい分解で、数値解析ができるようになりましたので、その検証を再度行なったところ、ドウソンが「い

うほど圧力スパイクは大きくはない」という報告が多々あります。

いずれにしてもドウソンの功績により油膜厚みはその計算式を構成できるようになりました。

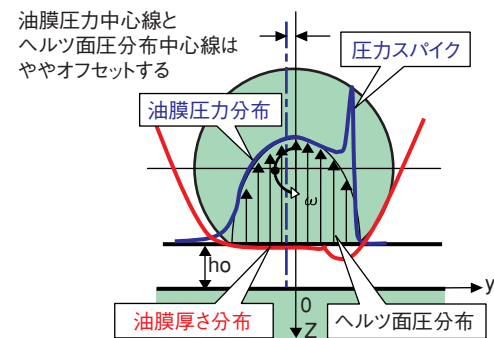


図4 ドウソンによる平板上を回転するものの油膜厚さおよび油膜圧力分布

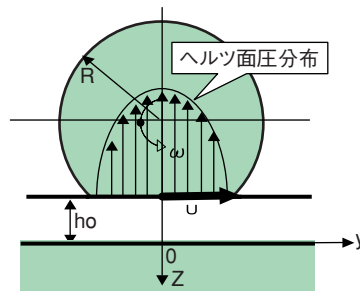


図5 油膜厚みの計算モデル

2) 様々な油膜計算式

油膜厚さの計算モデルは、図5のようなモデルで、油のある空間は平行膜厚みとしています。計算式は、線接触と点接触に分けて作られています。その理由は、玉軸受のような点接触を有する接触状態は接触断面が回転軸の位置により異なるので、軌道曲率形状を考慮しなければならないからです。

いずれの計算式も、これらをつくった人により様々に異なっていて、人の数だけ計算式があるといっても過言ではありません。ですが、線接触ではグルービン (A.N.Grubin; 露)、点接触ではアーチャード (J.F.Archard; 英)、コーキング (E.W.Cowking; 英) の式が比較的文献では支持されているようです。功績のあったドウソンも、この計算モデルで線接触の計算式を公表していますが、あまり支持はされていないようです。

いずれも簡易的にまとめ上げた項を使用して計算式を構成しています。

$$\text{Grubin (線接触)} \quad \frac{h_o}{R} = 1.95 \frac{(G \cdot \bar{U})^{0.727}}{\bar{W}^{0.091}}$$

$$\text{Archard Cowking (点接触)} \quad \frac{h_o}{R_y} = 2.04 \phi^{0.74} \frac{(G \cdot \bar{U})^{0.74}}{\bar{W}^{0.074}}$$

ここに

$$G = \alpha E'$$

$$\bar{U} = \frac{\mu_o U}{2E'R}$$

$$\bar{W} = \frac{W}{E'LR} \quad \text{また} \quad \frac{W}{E'R^2}$$

(線接触) (点接触)

$$\phi = \left(1 + \frac{2R_y}{3R_x}\right)^{-1}$$

α ; 圧力粘度係数 mm^2/kgf
 μ_o ; 油の粘度 $\text{kgf} \cdot \text{sec}/\text{mm}^2$
 ξ ; ポアソン比 (鋼の場合0.3)
 E ; 縦弾性係数 (鋼の場合21000kgf/mm²)

$$\frac{1}{E'} = \frac{1 - \xi^2}{E}$$

U; 接触部位での転がり回転速度 mm/sec
 R; 接触部位の等価回転半径 mm
 L; 線接触の接触(ころ)長さ mm
 W; 転動体荷重 Kgf

R_y ; 回転方向の等価半径 mm
 R_x ; 回転方向と直角方向の等価半径 mm

ここでも単位は重要ですので記載して置きます。なお、等価半径Rというのは潤滑理論ではよく出てくるのですが、接触しあう2ヶの物体の2ヶの接触半径R1、R2を1ヶの接触半径と平面の接触に置き換えるもので、図6の計算式で求めることができます。

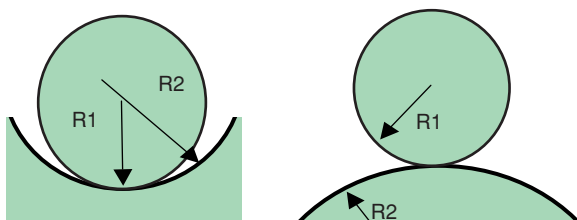


図6 等価半径の定義

3) 転がり軸受での具体的計算式

これらの計算式で具体的に計算を行なうと、あまり実用的ではないことに気がつくと思います。計算式そのものは次元が統一してあるのでわかりやすくなっているのですが、通常の転がり軸受での計算ではGは10³程度、Uは10⁻¹⁰程度、Wは10⁻⁴程度、と桁の上下が激しくなることに気づきます。

そこで、具体的に計算しやすくするために、Grubinの式を転がり軸受の内輪と円筒ころの接触部位に適用すると次のような式になります。これが文献でよく見られる式です。単位はkgf-mm系またはinch-lb系です。それらの入力に応じた長さの単位で計算されます。一般の文献では、 μ_o は η_o と表されていることが多いのですが、ここでは本講座内での記号の統一化を図るため、 μ_o で通しました。

$$h_o = 0.22 \left[\frac{Da}{2} (1 - \gamma) \right]^{1.091} \left[\frac{1 - \gamma}{\gamma} n \right]^{0.727} \left[\alpha \mu_o \right]^{0.727} \left[\frac{\pi E' L}{2W} \right]^{0.091}$$

ここに Da; ころ径 $\gamma = Da/dpc$
 L ; ころ長さ dpc ; ころピッチ円径
 E' ; 縦弾性係数
 W ; ころ荷重

$(\alpha \mu_o)^{0.727}$ は図表を使って求めなさいとしているのが多いようです。その際の図表は、粘度のもうひとつの単位、セイボルトユニバーサル秒(SUS)を使用して書かれていることが多く、粘度の換算が必要のため、使いにくいことがあります。

そこで、圧力粘度係数の近似式を使用して、cStの粘度ごとに、この数値を計算したものを図7に記載しました。使いやすさを考慮したのですが、文献に見られる数値とほとんど大差はありません。

このようにして、実際の転がり軸受で計算すると、油膜厚さは0.001mmの単位で計算され、現実をほぼ説明できる計算式が出来上がったわけです。

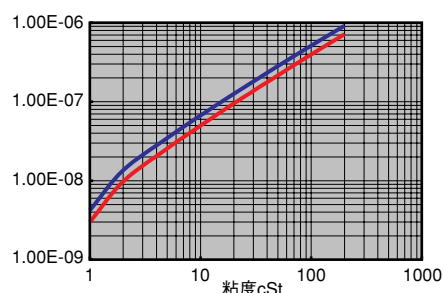


図7 粘度cStと $(\alpha \mu_o)^{0.727}$ または $(\alpha \mu_o)^{0.74}$ の関係

4. 転がり軸受表面の鏡面性と油膜厚さ

油膜ができるということは接触部分の直接的な接触が回避できるということであり、摩耗などの低減を図れるということです。転がり軸受の応用の場合、この油膜厚さは通常の計算では、0.001mmの単位で計算されるわけですから、接触面の面粗度はこの油膜厚さよりも小さくしなければ、直接的な接触が生じてしまいます(これを「金属接触」といいます)。転がり軸受の表面が鏡のようにピカピカになっているのは、このような理由によります。

また、油膜厚さの計算式は、速いほど(nが大きい)油膜が形成されやすいことを示してくれます。実際にある程度までは、回転数に比例して油膜が形成されていくことは観測されています。現実には、その比例増加にも限界があるのですが、そのことをこの計算式は教えてはくれません。理由は、この計算式が構成されていった前提である「層流」の条件が崩れることと、油そのものの剪断による発熱がもたらす粘度低下などがあるからだと考えられています。

用語解説

※1 工学単位系、質量単位系

力の単位をN、dyneで現すのを質量単位系、kgfまたはgrfなどであらわすのを工学単位系と呼びます。工学単位系では重さのものは力と考えます。1kgfとは重力場で質量1kgに作用する力のことを指し、fはforceの意味を持っています。

換算すると1kgf=1kg×9.8m/sec²=9.8Nということになります。

なお、工学単位系ではkgと表示したとき質量か力かわからないことがあるので、質量のときはkg*力のときはkgfと区別して現すこともあります。

※2 次元

物理量をあらわす単位の構成要素単位のことをいいます。

例えば、速度は[m]/[sec]という次元を持つことになります。

次元をあわせるというのは、求める計算の次元をあたかも数値と同じように扱ったとき、結果としての単位が妥当かどうかを調べるものです。

例えば、時速60キロメートルで10分走ったときの移動距離Sは60×10のように、単に速度×時間=距離とすることはできません。

時速60キロメートルは60[km]/[hr]とあらわし、10分は10[min]と考えるのです。

これを単に掛け算すると60[km]/[hr]×10[min]となり、単位が[km]にはなりません。10分は10/60[hr]ですので、この単位の置き換えることで、60[km]/[hr]×10/60[hr]=10[km]のように、単位の[hr]を消すことができます。

このようなことを「次元をあわせる」といいます。複雑な計算式になると、このようなチェック方法は大変有効なことがあります。

このように、事実を説明できる新しい計算式ができて、限界を必ず抱えているわけであり、ひとつの仮説はこれを乗り越える仮説に取って代わられる運命を必ず背負っています。油膜厚さの計算式は1960年代にできたばかりであり、今はスーパーコンピュータの時代ですし、いずれこれを乗り越える新しい計算式が作られていくと思われまじ、そうあらねばならないと思います。いずれも採られている手法は、現象を細かく分解していることです。

「分解」の2文字はともに「分かる」「解る」であり、英語に直せばresolveであり、reを取ったsolveは「解る」の意味になっています。そして、その名詞形のsolutionは、まさしく「解」です。

世界の東西圏で「分解」という行為が、ともに「解」を得る手法となっていることは興味深いことのように思われます。

※3 ベルヌーイ(Bernoulli)の定理

密度ρの液体が、重力場のある高さZの位置を、ある速度uで流れるとき、その液体の持つ圧力Pとは【ρu²/2+ρgz+P=一定】の関係が成立します。これがベルヌーイの定理で、油圧機器などの設計に使用されます。翼の場合は、Zが同一ですので、uの差はPの差となって現れてきます。

※4 数値解析

力と変位の釣り合い式のような場合は、一般的に微分方程式といって、変位の時間に 対する変化量と変位の釣り合い式を構成することがよくあります。一般的には、これらは積分という作業を取れば解けるのですが、初等関数でない場合は、積分という行為を行っても、数式に置き換えることはできなくなります。

このような場合、初期の位置や速度の状態を決めて、0.001秒後の速度や位置を力から計算して割り出し、再びその状態での速度や位置を使用した力を計算して0.001秒後の速度や時間を割り出す、というように時間などを細分化して解を求めていく解析のやり方のことをいいます。

惑星運動や人口衛星の運動の解析には、この手法が使われています。

関連記事

- 1) 渡辺 孝一：知りたいトライボロジー講座①「トライボロジー入門」
NACHI-BUSINESS news Vol.7 D1、May/2005
- 2) 横山 良彦・渡辺 孝一：知りたいトライボロジー講座②「摩擦・摩耗」
NACHI-BUSINESS news Vol.9 D2、November/2005
- 3) 高木 俊行・渡辺 孝一：知りたいトライボロジー講座③
「転がり接触について」
NACHI-BUSINESS news Vol.10 D1、June/2006